



1

konywała regularne drgania w ustalonej płaszczyźnie. Amplituda, czyli jej największe wychylenie z położenia równowagi, powoli maleje. Drgania wahadła matematycznego są łatwe do przewidzenia. Ponownie odchylając nakrętkę i powtarzając doświadczenie, uzyskujemy taki sam efekt. Jest to przykład ruchu w pełni deterministycznego.

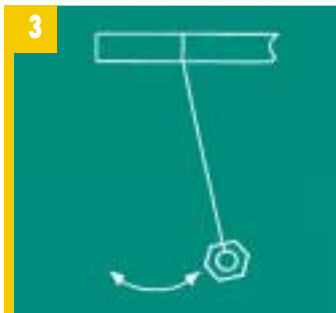
Wahadło chaotyczne z napędem elektrycznym, złożone z kulek połączonych prętami.



2

Inny przykład wahadła chaotycznego z napędem elektrycznym, w którym kulki zostały połączone za pomocą obręczy.

mm. Jeżeli nie mamy magnesu pierścieniowego, to możemy użyć kilku magnesów od zatrząsków meblowych, przyklejonych do kawałka tektury przy użyciu kleju cyjanoakrylowego, np. super glue lub kropelki. Odchyłmy nakrętkę i puśćmy swobodnie. Okazuje się, że w tym przypadku charakter ruchu jest zupełnie inny. Płaszczyzna drgań nakrętki ulega nieoczekiwanym zmia-



3

Wahadło matematyczne wykonane z nakrętki zawieszanej na nitce.

# CHAOS nie całkiem chaotyczny

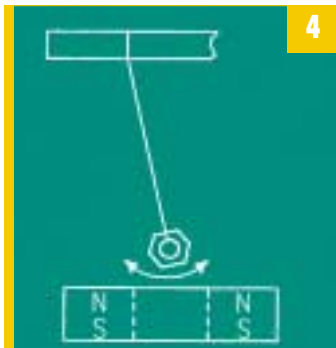
Stanisław Bednarek

cie zmienić płaszczyznę drgań, zakres lub częstotliwość ruchu. Co więcej, drgania te nie wygasają wraz z upływem czasu. Są to **wahadła chaotyczne** z napędem elektrycznym. Ich ruch jest przykładem szczególnego rodzaju chaosu, którym rządzą jednak pewne prawa – jest to chaos deterministyczny.

Żeby poznać niektóre właściwości wahadeł chaotycznych, wykonajmy proste doświadczenie. Niewielką stalową nakrętkę przywiążmy do kawałka nici o długości ok. 30 cm. Na górnym końcu nici zróbmy pętlę i zawieśmy ją na jakimś haczyku albo poziomym przecię **3**. Otrzymaliśmy w ten sposób wahadło nazywane wahadłem matematycznym – jego masa skupiona jest prawie w jednym punkcie. Po odchyleniu nakrętki od pionu i swobodnym puszczeniu będzie ona wy-

## Z MAGNESEM...

Wykonajmy teraz drugie doświadczenie. Pod wahadłem położmy magnes pierścieniowy, wymontowany z uszkodzonego głośnika **4**. Odległość między magnesem a nakrętką powinna wynosić kilka



4

Umieszczenie pod nakrętką magnesu pierścieniowego zmienia wahadło matematyczne w wahadło chaotyczne.

nom i nakrętka porusza się po skomplikowanej linii krzywej **3**. Powtarzając doświadczenie, zauważamy, że nakrętka wykonuje ruch po całkiem innej linii o kształcie niepodobnym do poprzedniego. Taki ruch nakrętki jest przykładem ruchu chaotycznego. Zbudowane w ten sposób wahadło chaotyczne nazywane jest czasem, od nazwiska jego odkrywcy, wahadłem van der Pola.



5

Przykład toru, po którym poruszała się nakrętka wahadła chaotycznego.

## Chaos wokół nas to najczęściej szczególny jego rodzaj – chaos deterministyczny



Wahadlo chaotyczne zbudowane ze stalowej kulki zawieszony nad ukrytym w podstawie magnesem pierścieniowym.

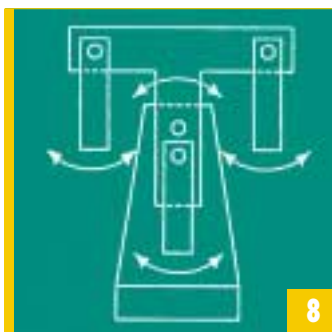
**Możemy postawić pytanie, co jest przyczyną ruchu chaotycznego nakrętki w drugim doświadczeniu?** Nietrudno zauważyć, że czynnikiem wprowadzającym chaos jest pole magnetyczne, wytwarzane przez magnes pierścieniowy lub układ magnesów. W pierwszym doświadczeniu ruch nakrętki odbywał się praktycznie tylko w polu grawitacyjnym Ziemi. Pole to w obszarze dostępnym dla ruchu jest jednorodne i działa na nakrętkę stałą siłą równą jej ciężarowi. Pole magnetyczne Ziemi jest zbyt słabe, żeby spowodować znaczące zmiany w ruchu nakrętki. W drugim doświadczeniu nakrętka znajduje się w dostatecznie silnym, dodatkowym polu magnetycznym, które nie jest jednorodne i działa na nią znaczącą siłą przyciągania. Wartość i kierunek tej siły zależą w złożony sposób od położenia nakrętki oraz od kształtu, wielkości i rozmieszczenia magnesów. Właśnie występowanie tej skomplikowanej zależności siły magnetycznej nadaje ruchowi charakter chaotyczny.

### ... LUB BEZ

Inną przyczyną powodującą ruch chaotyczny jest złożona struktura układu. Żeby wyjaśnić to dokładniej, odwołamy się znów do doświadczeń. Weźmy drewniany pręt z otworem w pobliżu końca **7**. Nałóżmy ten pręt na oś, np. gwóźdź wbity w pionowo zamocowaną płytę, tak żeby pręt mógł się wokół tej osi swobodnie obracać. Zbudowaliśmy w ten sposób wahadlo nazywane wahadłem fizycznym – jego masa jest rozłożona w pewnym obszarze przestrzeni. Ma ono jeden

stopień swobody, tzn. może wykonywać jeden niezależny rodzaj ruchu – obrót. Po odchyleniu pręta od pionu i puszczeniu swobodnie zauważamy, że podobnie jak wahadlo matematyczne wykonuje ono drgania deterministyczne.

Do następnego doświadczenia będziemy potrzebowali pięć kawałków płaskiej listewki i kilka gwoździ. Zbudujemy wahadlo nazywane **wahadłem Todda**, przedstawione na **8**. W tym celu połączymy, np. zbijając gwoździami, dwa kawałki listewki, tak żeby otrzymać kształtkę w postaci litery T. W połowie długości pionowego odcinka kształtki oraz przy końcach trzech pozostałych listewek wiercimy otworki o średnicy nieco większej od średnicy gwoździ. W pobliżu końców ramion kształtki wbijamy po jednym gwoździu i nakładamy na nie listewki. Również w otwór kształtki wkładamy gwóźdź wbity w pionową płytę lub wspor-



Wahadlo Todda, składające się z kształtki w postaci litery T i trzech sztabek umieszczonych na osiach, również wykonuje drgania chaotyczne.

wadziły do interesujących wniosków. Okazało się, że choć w krótkim okresie potrzebnym np. na wykonanie kilku kolejnych drgań zachowanie układu jest nieprzewidywalne, to **przy odpowiednio długich i wielokrotnie powtarzanych ob-**



**Chaos deterministyczny** to zachowanie układu do tego stopnia wrażliwego na warunki początkowe, że w praktyce nieprzewidywalne. Mimo iż wiemy jakie prawa rządzą danym zjawiskiem, nie jesteśmy w stanie przewidzieć dokładnego jego przebiegu. Np. nie jesteśmy w stanie przewidzieć drogi bąbelków we wrzącej wodzie lub dymu, mimo iż wiemy, że będą poruszać się do góry.

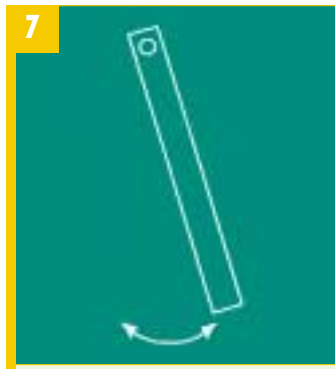
nik. Gwoździe stanowią osie obrotu dla listewek i kształtki. Wychyliły teraz kształtkę z położenia równowagi i zaobserwujemy jej ruch. Okazuje się, że kształtka wraz z listewkami wykonuje nieregularne drgania chaotyczne. Przyczyną wystąpienia chaosu w tym układzie jest zwiększona liczba jego stopni swobody. Łatwo zauważyć, że możliwe są tutaj cztery niezależne ruchy obrotowe.

Dokładne badania wielu układów wykazujących chaos dopro-

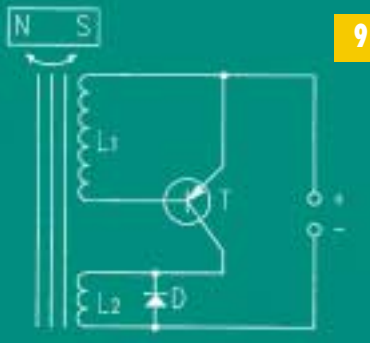
**serwacjach daje się zauważyć pewne prawidłowości.** Do takich prawidłowości należy m.in. dążenie co jakiś czas toru ruchu do granicznego kształtu, przypominającego zdeformowaną ósemkę. Tor taki nazywa się **dziwnym atraktorem Lorenza**. Przykładem innej prawidłowości jest występowanie co pewien czas **dwukrotnie zwiększonej częstotliwości ruchu**. Efekt ten nazywany jest **bifurkacją**. Ponieważ w zachowaniu układów chaotycznych prawidłowości te są przynajmniej częściowo przewidywalne i można np. obliczyć prawdopodobieństwo bifurkacji, chaos taki nazywa się deterministycznym.

### GENERATOR

Zapewne wielu Czytelników zapyta, w jaki sposób został rozwiązany problem napędu przedstawionych na wstępie wahań chaotycznych **11**, **12**. Źródłem energii dla tych wahań jest ukryta w ich podstawie baterijka – zwykle o napięciu 9 V. Nie zasila ona jednak żadnego silniczka elektrycznego.



Wahadlo fizyczne, zbudowane z pręta, który może obracać się wokół osi przechodzącej w pobliżu jego końca.



Schemat ideowy generatora samodławnego, stosowanego do napędu wahadeł chaotycznych.

Napęd został bowiem rozwiązany w sposób elektroniczny przy użyciu generatora samodławnego, którego schemat przedstawia 9. Pod elementem wahadła znajdującym się najbliższej podstawy umieszczony został niewielki magnes trwały. Napięcie zasilania przyłożono w ten sposób, że tranzystor T jest zablokowany i zarówno w obwodzie emitera, jak i kolektora nie płynie prąd elektryczny. Zbliżenie jednego z biegunów magnesu do cewki L1 powoduje zaindukowanie w niej dodatkowego napięcia w obwodzie emitera. Wskutek tego zmienia się potencjał bazy i następuje przejście tranzystora do stanu przewodzenia. Wówczas w obwodzie kolektora pojawia się impuls prądu, który przepływając przez cewkę L2, wytwarza pole magnetyczne odpychające magnes. W ten sposób generator dostarcza do wahadła dodatkową energię pobieraną z baterii i uzupełniająca straty energii powodowane oporami ruchu. Dioda D zabezpiecza generator przed powstawaniem niepożądanych drgań w obwodzie kolektora.

złoty. Dlatego dla bardziej oszczędnie nastawionych Czytelników interesującym rozwiązaniem będzie samodzielne zbudowanie wahadła chaotycznego z ukrytym magnesem 6. Jako podstawę tego wahadła wykorzystano plastikową pokrywkę o średnicy ok. 10 cm, pochodzącą od pudełka z kakao lub herbatą owocową. Wewnątrz pokrywki należy umieścić magnes pierścieniowy lub kilka mniejszych magnesów od zatrasków meblowych, przyklejając je klejem cyjanoakrylowym. W bocznej powierzchni pokrywki wykonano otwór, w którym osadzono na wcisk ramkę w kształcie litery C wygiętą z kawałka aluminiowego drutu. Do górnego ramienia tej ramki przywiązano nitkę z zawieszoną na niej stalową kulką pochodzącą ze zużytego łożyska.

będzie zapewne intrygującą ozdobę naszego biurka.

W sklepach z pamiątkami lub gadżetami spotkać można również sprzężone wahadła chaotyczne 10. Każdy z wirników zaopatrzonej jest w trzy niewielkie magnesy umieszczone na końcach jego ramion. W wyniku tego pierwszy wirnik znajduje się w polu magnetycznym o skomplikowanym rozkładzie przestrzennym wytwarzanym przez drugi wirnik i na odwrót. Obrócenie jednego z wirników o pewien kąt powoduje wprawienie drugiego wirnika w trudny do przewidzenia ruch. Mogą to być wahania wokół przypadkowego położenia równowagi lub pełne obroty ze zmienną prędkością. Wszystkie silnie zależą od początkowych położenia wirników i prędkości obrotu.



10

Sprzężone wahadła chaotyczne w postaci dwóch trójramiennych wirników z magnesami umieszczonymi na końcach ramion.

Najbardziej sympatyczną i najtańszą wersją wahadła chaotycznego jest niewątpliwie huśtająca się Myszka Miki 11. Przy odrobinię szczęścia można ją kupić w sklepach z zabawkami już za ok. 5 zł. Łapki Myszki są obrotowo osadzone w tulei i przegubowo połączone z prętami, na których Myszka zwisa. Pręty te z kolei zawieszono zostały na skręconej nici rozpiętej poziomo między dwoma wspornikami osadzonymi w podstawce i działającymi jako dźwignie. Naciśnięcie dolnych, wystających z podstawki części wsporników powoduje rozkręcenie nici i wprawienie Myszki w ruch. Miki wykonuje wówczas trudną do przewidzenia serię wahań, przewrotów lub pełnych obrotów wraz z prętami. Istotny wpływ na ewolucję zwierzątka ma siła naskiku na wsporniki oraz stopień początkowego skręcenia nici.

W celu uniknięcia żmudnego przewiercania cienkim wiertłem twardej kulki łożyskowej i uzyskania otworu do przełożenia nitki można owinąć ją wokół kulki i przykleić klejem albo zastąpić kulkę stalową nakrętką. Takie wahadło stanowić

Na zakończenie warto dodać, że badania chaosu deterministycznego nie ograniczają się tylko do wahadeł i zabawek. Teoria zjawisk chaotycznych jest jednym z interesujących i dynamicznie rozwijających się działów fizyki współczesnej. Jej osiągnięcia mają istotne znaczenie praktyczne np. w meteorologii, gdzie pomagają rozstrzygnąć, czy obserwowane obecnie zmiany klimatu to przypadkowe zaburzenia, czy też **przejaw głębiej ukrytej prawidłowości**, takiej jak globalne ocieplenie. ●



Huśtająca się Myszka Miki również stanowi przykład wahadła chaotycznego.

**Ciało obracające się swobodnie wokół osi, to:**

- a) wahadło fizyczne
- b) wahadło matematyczne
- c) wahadło van der Pola

Wahadła chaotyczne z napędem elektrycznym są niewątpliwie bardzo atrakcyjnymi zabawkami. Przesądzają o tym: ukrycie źródła zasilania, oryginalny sposób napędu i niespodziewane zmiany ich niestającego ruchu. Wahadła takie można kupić w sklepach z pamiątkami lub gadżetami. Niestety, ich cena wynosi zwykle kilkadziesiąt